**ORODJE V MATEMATIKI »MATHSTUDIO«**

**Mathematical tool »MathStudio«**

**Saša Levstik**

**sasa.levstik@student.fmf.uni-lj.si**

**Povzetek**

Pri izbiri predstavitve računalniškega orodja v matematiki me je vodila ideja, da bi uporabnik orodje lahko kadarkoli in kjerkoli uporabljal za reševanje matematičnih nalog. Namen prispevka je predstavitev orodja, njegove prednosti in pomanjkljivosti ter prikaz reševanja nekaterih matematičnih nalog. Orodje je preprosto za uporabo, uporaben pa je tako za srednješolski kot fakultetni nivo. Najbolj uporaben je pri analizi in algebri. Ko se uporabnik nauči uporabljati posamezne ukaze (saj so navodila za Android različico dostopna le na internetu), lahko MathStudio nadomesti marsikateri zahtevnejši računalniški program.

**Ključne besede**

aplikacija, enostavni ukazi, uporabnost orodja, Android

**Abstract**

When I had to decide which mathematical computer tool I'm going to present, my guidline idea was that a user could use this tool anywhere and anytime for solving mathematical problems. The purpose of this article is presentation of the tool, its advantages and weaknesses and presentation of how we can solve some mathematical problems with it. The tool is simple to use, it's useful in high school and university. It is most useful in analysis and algebra. When a user learns to use all commands (because manual for Android is available only on the internet), MathStudio can replace a lot of more complex computer programmes.

**Key words**

application, simple commands, usefulness of a tool, Android

**Uvod**

Namen prispevka je predstavitev orodja v matematiki za operacijski sistem Android, to je MathStudio, s katerim si lahko pomagamo pri reševanju mnogih matematičnih nalog s področja analize in algebre, tako na srednješolskem kot tudi fakultetnem nivoju. V prispevku bodo tako predstavljene osnovne funkcionalnosti samega orodja, način reševanja nalog, najbolj pogosti ukazi. Kot »začetnica« pri spoznavanju in uporabi tega orodja želim predstaviti tudi njegove pozitivne in negativne značilnosti.

**Predstavitev orodja**

**1. Osnovne značilnosti orodja**

Orodje za pametne mobilne telefone in tablice MathStudio je na voljo tako za Android, kot tudi za iPhone. Na voljo pa je tudi kot program za operacijski sistem iOS za računalnike. Za Android je zaenkrat na voljo starejša različica, vendar bodo razvijalci po tem, ko dokončno posodobijo aplikacijo za iOS, posodobili tudi različico za Android.

Aplikacija je dostopna na Google Play Store na internetni povezavi:

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.PomegranateSoftware.MathStudio>

MathStudio ni brezplačen, trenutno stane približno 5 € (cena januarja 2015). Izdelali so jo v podjetju Pomegranate Apps, ki ponuja tudi druge aplikacije, sicer so pa bolj osredotočeni na razvijanje aplikacij za iPhone. Aplikacija ima trenutno med 5000 in 10000 prenosi.

Kaj vse lahko z MathStudio-m počnemo?

Že iz opisa na strani Google Play se razbere, da ga lahko uporabljamo kot računalo, z njim lahko rešujemo algebraične probleme, preprosto lahko narišemo funkcije ter seveda poiščemo njihove ničle, ekstreme, idr.. MathStudio podpira tudi 3D risanje grafov, nastavimo lahko tudi njihovo odvisnost od časa. Z njim si lahko pomagamo tudi pri reševanju statističnih problemov.

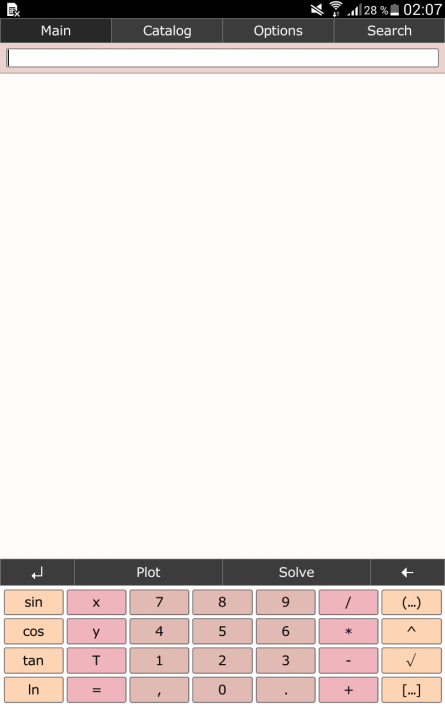
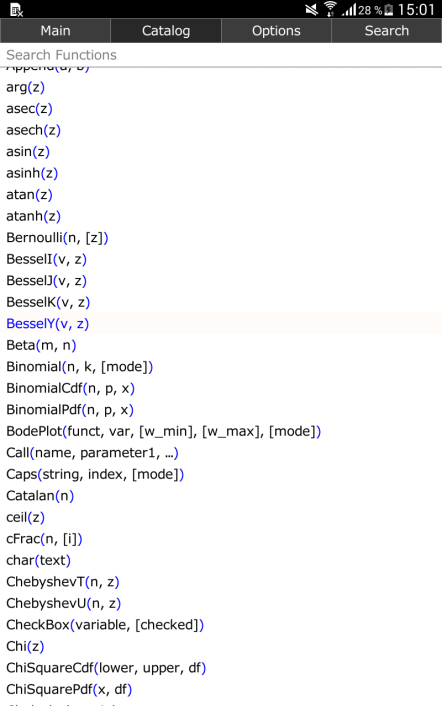
Glede na to, da ima v sebi vgrajenih že veliko ukazov in glede na to, da ni nikjer v aplikaciji bolj natančno opisano, kako se kakšne ukaze uporablja, je zelo praktično, da si pomagamo z njihovim priročnikom, ki je objavljen na internetni strani: <http://mathstud.io/manual/>.

Vendar je pri tem priročniku potrebno paziti, saj je objavljen za različico 6, ne pa za 5.3, ki je na voljo za Android. Seveda so določene stvari precej podobne, ni toliko razlik, če pa pride do tega, da je kje res opazna razlika, pa imajo na forumu še zmeraj objavljen priročnik za verzijo 5.3, ki ga lahko prenesemo kot PDF in ima vse opisane funkcije z navodili in primeri uporabe.

Zanimivost tega orodja je tudi ta, da se da z njegovo pomočjo narediti tudi kakšno igrico, na spletni strani <http://mathstud.io/share/games> pa so objavljeni primeri le teh.

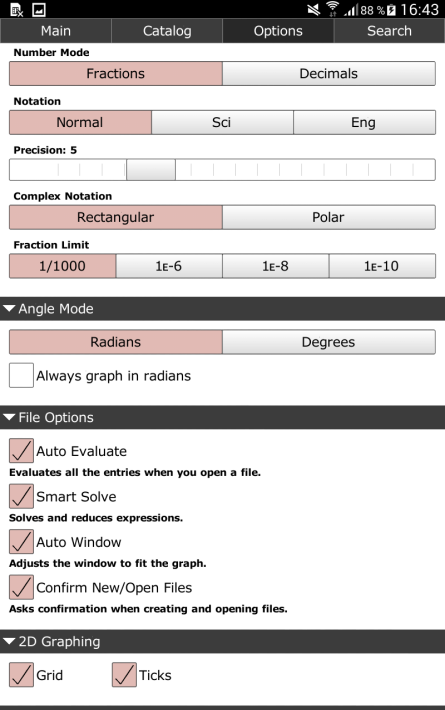
**2. Osnovni videz orodja**

Ko program namestimo in prvič odpremo, se nam najprej prikažejo vodiči, ki pa jih seveda lahko tudi kadarkoli kasneje pogledamo. Iz slike 1 je razvidno, da imamo štiri glavne zavihke in sicer Main, kjer izvajamo in vpisujemo vse ukaze. V Catalog-u (slika 2) so zbrane vse vgrajene funkcije (prikazani so samo nekateri ukazi, če podrsamo po zaslonu, se nam jih prikaže se veliko več).

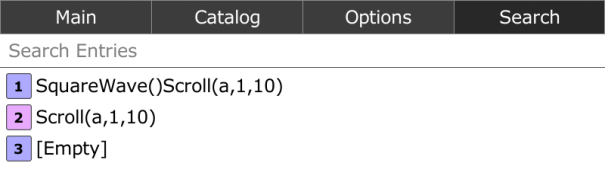
**Slika 1 Slika 2**

V zavihku Options (slika 3) lahko nastavimo nekaj osnovnih stvari npr. ali so koti prikazani v radianih ali v stopinjah, ali racionalna števila izpisuje v obliki ulomkov ali v obliki decimalk, glavni zaslon je na voljo v več različnih barvah, tako da si nastavimo tisto, ki nam najbolje ustreza (slika 4).

 ****

**Slika 3 Slika 4**

Četrti zavihek pa je Search, kjer se shranjuje naša zgodovina vpisanih in uporabljenih ukazov – slika 5.

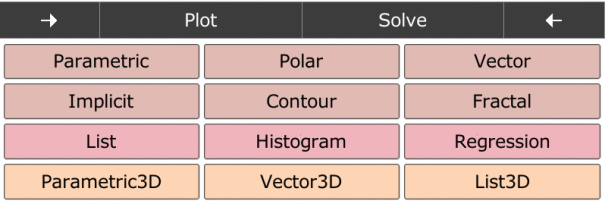
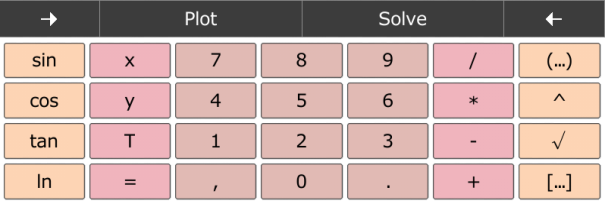


**Slika 5**

**3. Tipkovnice**

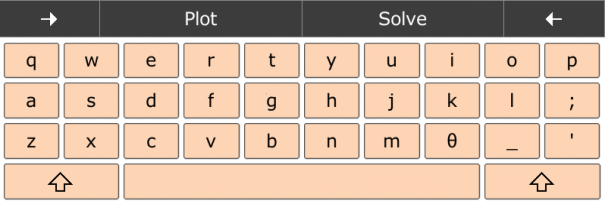
Tipkovnica je narejena na tak način, da jo lahko premikamo levo, desno, gor in dol in tako dobimo različne vrste tipkovnic.

Pri tipkovnici na sliki 6 imamo bližnjice do nekaterih ukazov, za katere so razvijalci ocenili, da so bolj pomembni. Številska tipkovnica, osnovni operatorji in osnovne trigonometrične funkcije pa so razvidne iz slike 7.

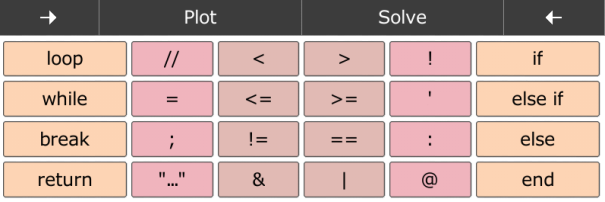
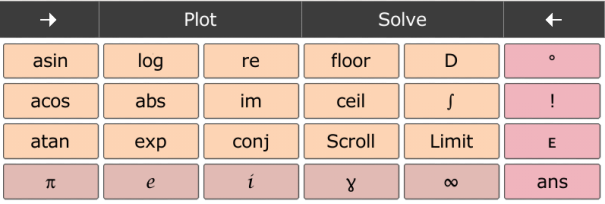
**Slika 6 Slika 7**

Na tipkovnici (slika 8) imamo navadno računalniško tipkovnico ter grško črto Ɵ (se je treba kar potruditi, da se jo prvič najde).



**Slika 8**

Osnovni ukazi za skriptni jezik ter nekaj logičnih operaterjev so na tipkovnici na sliki 9. Določene konstante in nekaj trigonometričnih funkcij ter ukazi za imaginarna števila pa so razvidni iz tipkovnice na sliki 10.

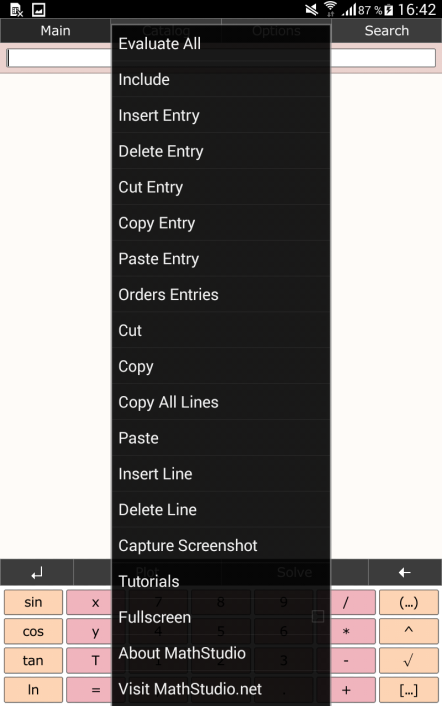
 

**Slika 9** **Slika 10**

**4. Druge možnosti**

Če na tablici pritisnemo gumb za nastavitve (slika 11) se nam odpre še več možnosti. Ena izmed njih je tudi ta, da shranimo kar smo do sedaj naredili in tako se v mapi MathStudio, ki se nam ustvari v tablici, naredi datoteka .math, ki jo lahko seveda kadarkoli kasneje odpremo in tudi spreminjamo. Imamo pa tu na voljo tudi, da naredimo sliko zaslona kar s pomočjo aplikacije, ki jo lahko nastavimo tako, da nam zavzame cel zaslon. Omogoča dostop do internetne strani, kjer so opisi vseh ukazov ter dostop do vodičev. Evaluate all pa naredi isto, kot naredi Evaluate notebook pri Mathematici, torej izvede vse ukaze. Ta ukaz seveda uporabimo v primeru, ko imamo neko datoteko že napisano in jo kasneje ponovno odpremo.

Drugih ukazov za upravljanje z aplikacijo ni, tako da se res ni težko naučiti kako jo uporabljati.



**Slika 11**

**5. Primeri ukazov**

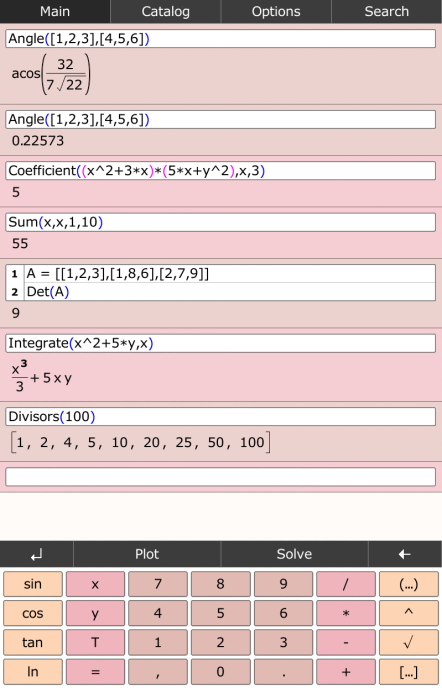
Kot prikazuje slika 12, nam prvi ukaz Angle izračuna kot med dvema vektorjema. Glede na naše nastavitve prikaza, nam rezultat prikaže ali v stopinjah ali v radianih. Ukaz Coefficient nam izpiše koeficient pri dani stopnji (v našem primeru pri x^3).

Sum nam izračuna vsoto vrste, seveda od kje do kje vsoto želimo, vpišemo sami. Matrike vpisujemo v ukazno vrstico v oglate oklepaje, na način kot je prikazano na sliki.

Det(A) pa nam izračuna determinantno matrike.

Ukaz Integrate uporabljamo skoraj enako kot pri Mathematici, le da za ukazom uporabimo normalne oklepaje in ne oglatih.

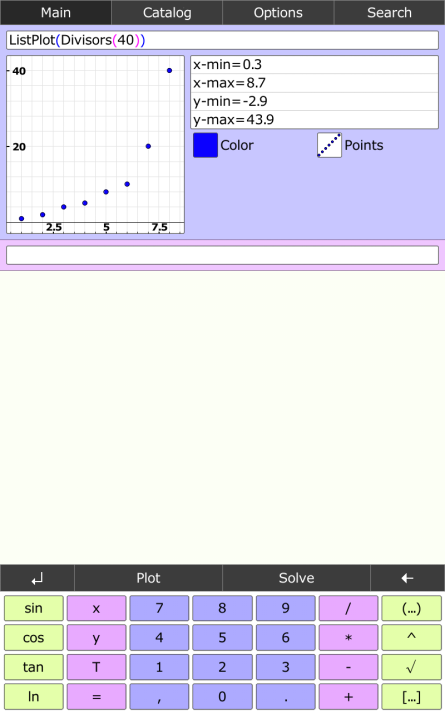
Divisors pa nam izpiše vse delitelje želenega števila.



**Slika 12**

Z MathStudiem lahko računamo tudi parcialne odvode višjih redov, lahko izračunamo totalni diferencial nekega izraza. Še nekaj drugih ukazov:

* Append(a,b) nam pripne izraz b k izrazu a;
* Beta(m,n) nam izračuna beta funkcijo dveh argumentov;
* Conj(z) vrne konjugirano vrednost imaginarnega števila;
* Cross(vector1,vector2) izračuna vektorski produkt dveh vektorjev;
* Degree(expression) vrne najvišjo stopnjo polinoma.
* ListPlot(expression) nam nariše nek graf točk – slika 13.

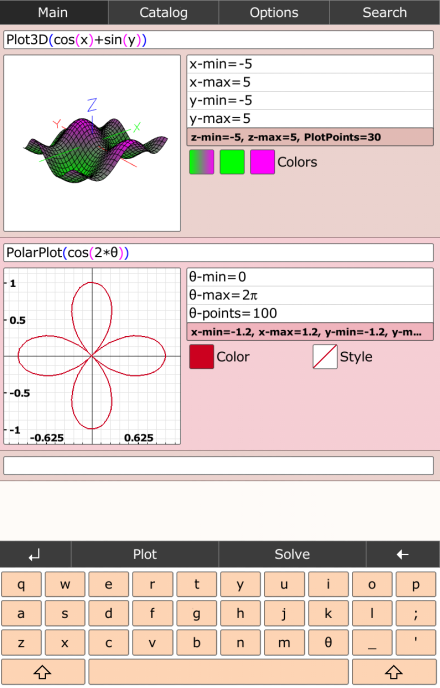
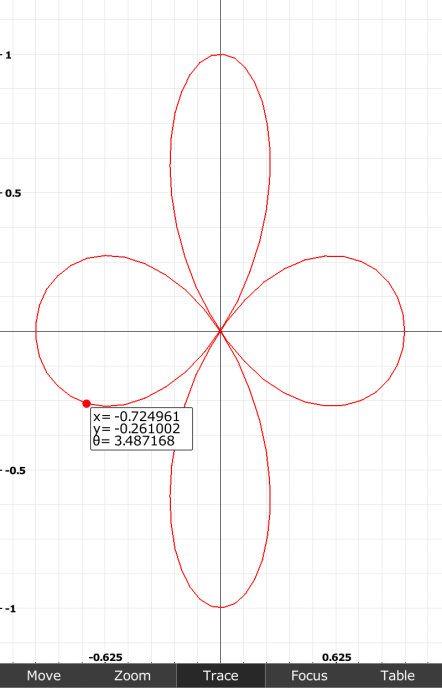


**Slika 13**

Še nekaj ukazov:

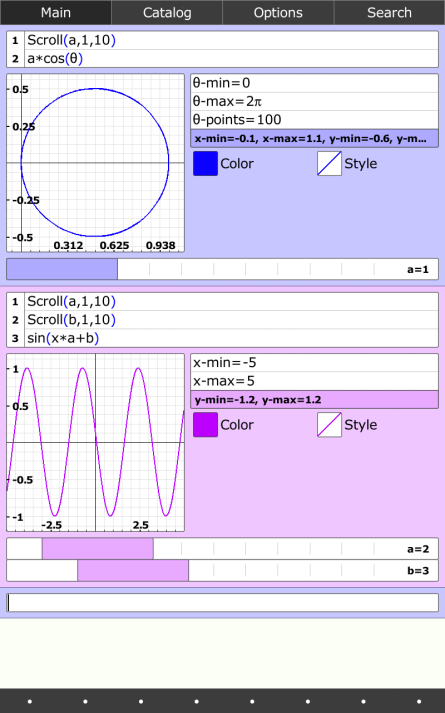
* če vpišemo v ukazno vrstico Constant(light) dobimo kot rezultat 299792458 (torej hitrost svetlobe v osnovnih merskih enotah);
* na voljo imamo tudi ukaz za finance, ki pa je zelo dobro opisan v priročniku;
* s pomočjo MathStudia lahko razvijemo funkcije v Fourierove vrste na nekem intervalu;
* Hessian(function) nam vrne Hessejevo matriko neke funkcije;
* seveda zna brez problema izračunati vse možne integrale, odvode, limite, idr.;
* lahko rišemo tudi diagrame;
* ima tudi ukaz, ki nam vrne želeno število decimalnih mest pi-ja;
* PolyDivide nam zdeli dva polinoma in vrne kvocient in ostanek pri deljenju. Primer: PolyDivide(x^2+x+6,x+7) (torej x^2+x+6 želimo deliti z x+7) nam vrne [x-6,48] (torej kvocient je x-6, ostanek pa 48).

Kot je razvidno iz slike 14 lahko rišemo tudi 3D grafe, polarne grafe, parametrične, cilindrične, idr.. Sliko grafa lahko tudi povečamo in pogledamo kakšne so vrednosti na točno določenem delu krivulje – slika 15.

**Slika 14** **Slika 15**

Ustvarjamo lahko tudi drsnike (slika 16), ki jih ustvarimo s pomočjo ukaza Scroll. Vanj vpišemo želeni parameter ter od kje do kje naj ta parameter poteka. Nato drsnik uporabimo na primer pri risanju grafa.



**Slika 16**

Aplikacija nudi še veliko drugih ukazov, ki pa jih glede na naše znanje še ne moremo uporabiti oziroma se ne nanašajo na snov, ki jo trenutno poslušamo na predavanjih v 1. letniku.

Opomba: Pri zgornjem primeru (a\*cos(Ɵ)) vidimo, da če uporabimo Ɵ in pritisnemo Plot, nam MathStudio sam zazna, da želimo narisati polarno krivuljo in nam le to tudi izriše. Namreč, če bi napisali a\*cos(x) in pritisnili Plot, bi nam izrisal eksplicitno podano funkcijo (to dobro vidimo na drugem primeru zgoraj).

Kar moramo paziti pri MathStudiu je, da se moramo naučiti interpretirati rezultate. Posebej je to vidno pri reševanju neenačb. Če vpišemo v ukazno vrstico Solve((x-2)^2)/x <= 1) in pritisnemo Solve, kot rešitev dobimo [4,1]. To pa ne pomeni x = 4 in x = 1 ampak pomeni x <= 4 in x >= 1, problem je pa tudi, da nam vrne le najmanjši interval za katerega to velja (torej nam niti ne izpiše popolnoma celotne rešitve, ki je (-∞, 0) U [1,4]).

Če pa bi v ukazno vrstico vpisali Solve(((x-2)^2)/x = 1) pa bi kot rezultat dobili prav tako [4,1], kar pa pomeni x = 4 in x = 1. Vidimo, da je pri reševanju neenačb aplikacija pomanjkljiva in se nanjo pravzaprav ne moramo popolnoma zanesti.

**6. Reševanje nalog**

6.1. Dana sta vektorja a = (x, x+1, -6) in b = (2x^2 + 10x + 11, x-2, 1).

a) Izračunajte kot med vektorjema, če je x = -1 (slika 17).

V ukazno vrstico vnesemo vektorja a in b (v katera že vstavimo x = -1), nato pa uporabimo ukaz Angle(a,b), ki nam izračuna kot med dvema vektorjema, ki je 109,84 stopinj.

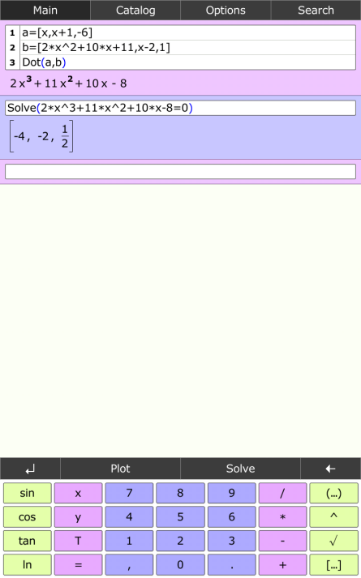


**Slika 17**

b) Poiščite vsa realna števila x, za katera sta a in b pravokotna (slika 18).

Ponovno definiramo vektorja a in b ter nato uporabimo ukaz Dot(a,b). Vrne nam skalarni produkt teh dveh vektorjev. Nato pa upoštevamo, da sta vektorja pravokotna kadar je njun skalarni produkt enak 0, torej rešimo enačbo Dot(a,b) = 0.

Dobimo rešitve x= -4, x = -2, x = ½. Manjša pomanjkljivost je to, da če bi vpisali Solve(Dot(a,b)=0), ta ukaz ne bi deloval. Zato je kar zamudno, ko moramo npr. v tem primeru prepisovati v Solve celotno enačbo.

****

**Slika 18**

c) Za katera realna števila je dolžina a = 7? (slika 19)

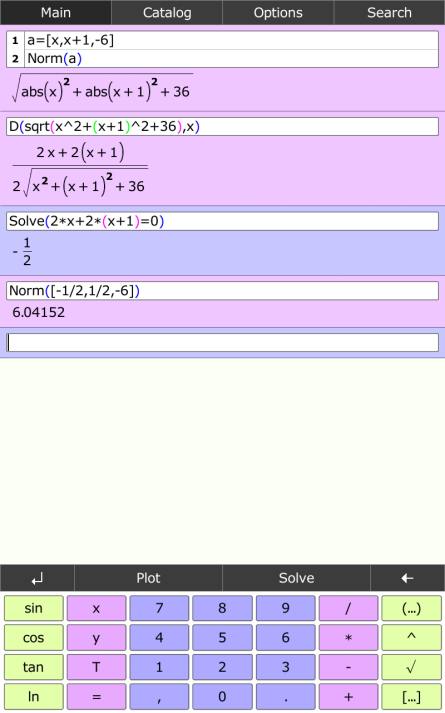
Definiramo vektor a. Nato uporabimo ukaz Norm(a), ki nam vrne dolžino vektorja a. V rešitvi dobimo tudi absolutne vrednosti, ki jih lahko spustimo, saj člene kvadriramo. Nato rešimo še enačbo Norm(a) = 7, ki nam vrne rešitvi -3 in 2.



**Slika 19**

d) Za katero realno število je dolžina vektorja a najmanjša? Kolikšna je ta najmanjša dolžina? (slika 20)

To je problem ekstremov, zato moramo odvajati formulo za dolžino vektorja (torej sqrt(x^2 + (x+1)^2 + 36). Uporabimo ukaz D (derivate). Rešitev -1/2 vstavimo v naš vektor in poračunamo dolžino vektorja s pomočjo ukaza Norm in dobimo dolžino 6,04.

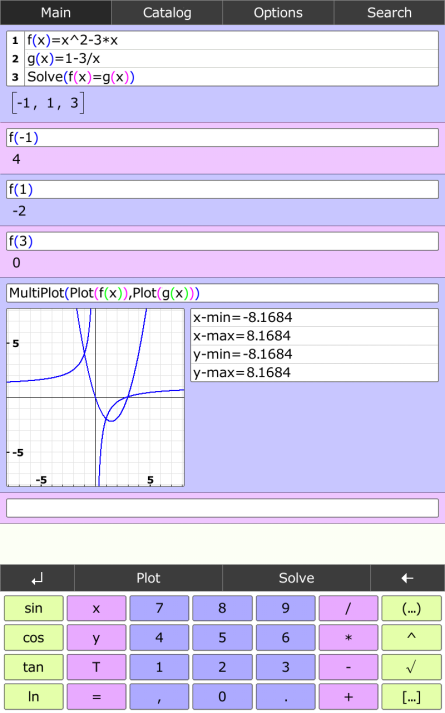


**Slika 20**

6.2. Imamo funkciji f(x) = x^2 – 3\*x in g(x) = 1 – 3/x.

a) Izračunajte vsa tri presečišča grafov funkcij f in g. Grafa obeh funkcij narišite v dani koordinatni sistem. (slika 21)

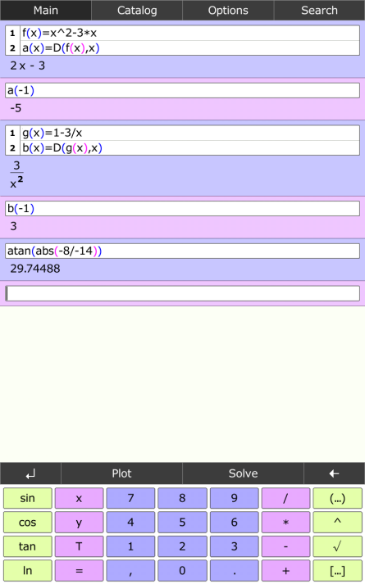
Najprej definiramo obe funkciji f(x) in g(x). Nato poračunamo presečišča s pomočjo ukaza Solve. Dobimo x koordinate presečišč, zato moramo poračunati še y koordinate. Dobljene točke vstavimo v eno izmed funkcij in tako dobimo točke T1(-1,4), T2(1,-2) in T3(3,0). Nato uporabimo ukaz MultiPlot, ki nam izriše obe funkciji v enem koordinatnem sistemu. Znotraj ukaza MultiPlot uporabimo ukaz Plot, brez katerega vse skupaj ne bi delovalo. Nato pritisnemo Solve. Če bi pritisnili Plot, bi nam aplikacija vrnila napako.



**Slika 21**

b) Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa teh funkcij v presečišču z najmanjšo absciso. (slika 22)

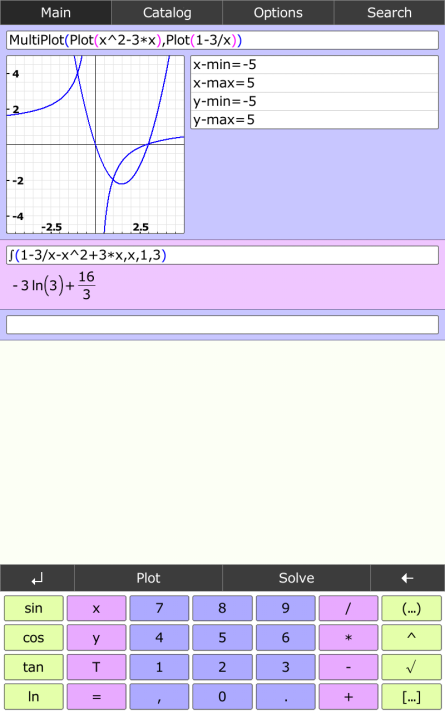
Definiramo f(x) in nato kot a(x) označimo njen odvod. Odvod poračunamo. Sedaj se je v funkcijo a(x) shranil odvod, ki ga lahko poračunamo v točki -1. Enako ponovimo za funkcijo g(x). Potem uporabimo formulo za kot med dvema premicama (smerna koeficienta premic smo ravnokar dobili). Dobimo 29,7 stopinj.



**Slika 22**

c) Izračunajte ploščino lika med grafoma funkcij f in g. (slika 23)

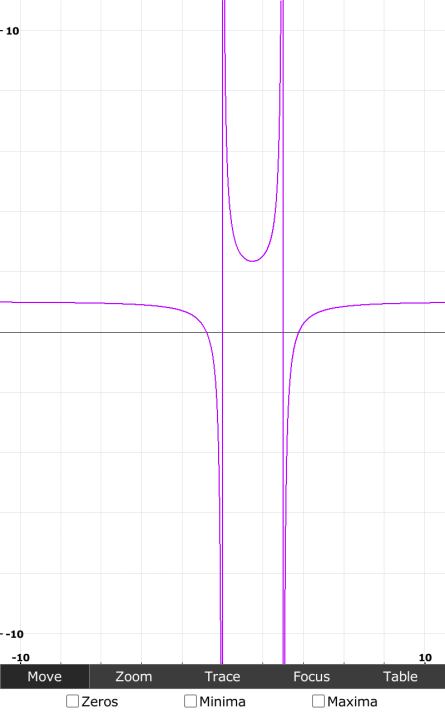
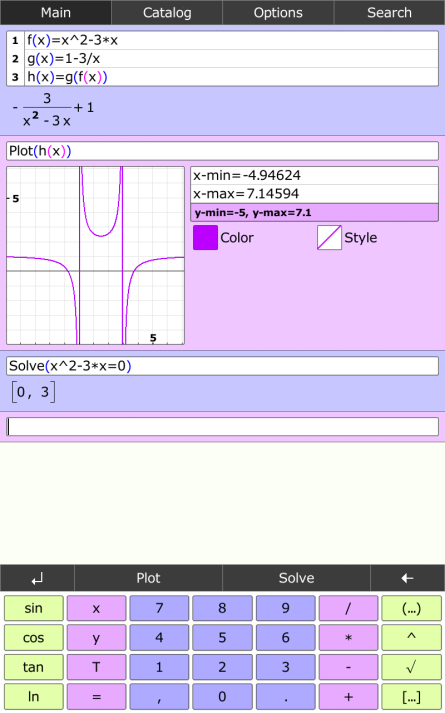
Iz grafa vidimo, da nas zanima lik, ki je omejen med x=1 in x=3 (presečišča smo poračunali že prej). Vidimo tudi, da je g(x) nad f(x), zato moramo f(x) odšteti od g(x). Nato vse skupaj integriramo v mejah od 1 do 3. Dobimo rezultat -3\*ln(3) + 16/3.



**Slika 23**

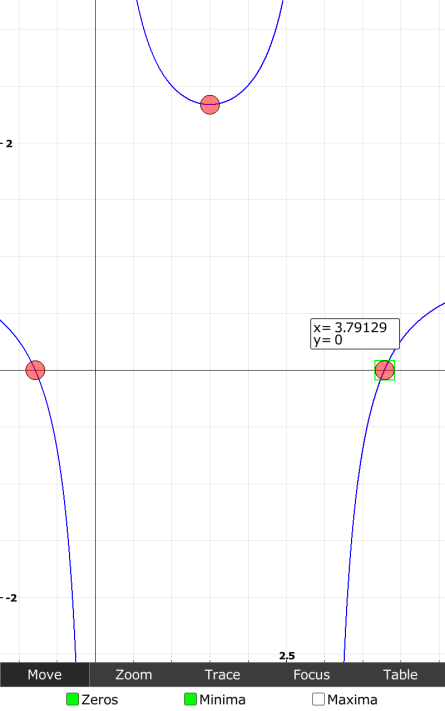
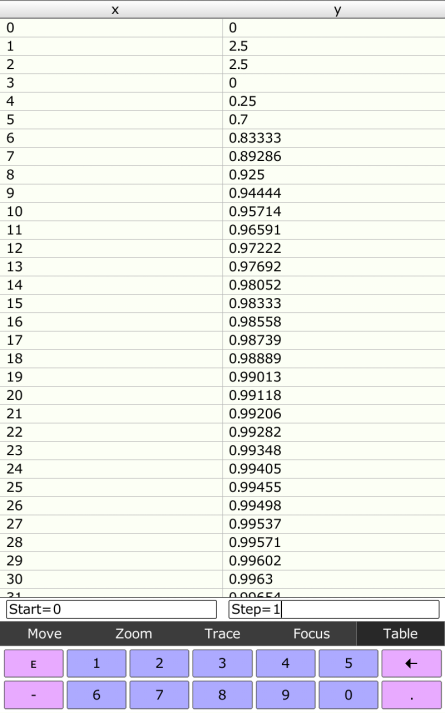
d) Zapišite definicijsko območje funkcije h(x) = g(f(x)). (sliki 24 in 25)

Ponovno definiramo f(x) in g(x), nato vpišemo h(x) = g(f(x)) in pritisnemo Solve. Narišemo graf h(x) in vidimo, da ni definiran povsod na realni osi. Glede na to, da so poli ničle imenovalca, rešimo enačbo x^2 – 3\*x = 0 in dobimo točki 0 in 3. Torej definicijsko območje je cela realna os brez točk 0 in 3.

**Slika 24** **Slika 25**

Če pa kliknemo na npr. Zeroes in Minima, pa nam aplikacija sama označi ničle in minimume, če bi kliknili še na Maxima, bi nam označila še maksimum (v primeru da funkcija ima maksimum). Nato pa lahko kliknemo na eno od označenih točk in izpišejo se nam koordinate točke (slika 26). Iz slike 27 pa je razvidno, da imamo v meniju, ko imamo povečan graf funkcije, na voljo tudi ukaz Zoom, ki nam približa graf na želenem delu, če izberemo Trace, gremo lahko s prstom preko grafa in izpisujejo se nam koordinate točk, Focus naredi v tem primeru enako kot Zoom, Table pa nam izpiše točke skozi katere poteka naša funkcija (kje nam začne izpisovati točke in s katerim korakom jih želimo, pa nastavimo sami). Ta del menija, ko povečamo graf je zelo uporaben, saj na zelo preprost način pridemo do vseh točk in si graf približamo tam, kjer želimo in ni se nam potrebno ukvarjati posebej z izračunom minimumov in maksimumov, ampak nam jih aplikacija kar sama izračuna.

**Slika 26** **Slika 27**

**7. Mnenja drugih uporabnikov**

Veliko mnenj, tudi po internetu je, da je MathStudio kot Mathematica v malem (kot meni uporabnik pod vzdevkom professor Dave (neznana letnica)), saj jo uporabljamo na zelo podoben način, tudi vgrajenih ima zelo veliko funkcij in glede na to, da Mathematica za Android še ne obstaja, je to seveda zelo dober nadomestek, ki ga imamo lahko zmeraj s sabo. Z GeoGebro se MathStudio nikakor ne more primerjati, saj z njim ne moremo risati vseh želenih likov, seveda pa sta to dva popolnoma drugačna programa, en je usmerjen na geometrijo, MathStudio pa bolj na algebro in analizo. Na Google Play trgovini obstaja veliko zelo podobnih aplikacij kot je MathStudio, vendar se mi zdi, da vseeno nimajo toliko nastavitev kot MathStudio in toliko zahtevnejših ukazov, ki nam lahko pridejo prav v višjih letnikih študija.

Uporabnik Mac-Lover (neznana letnica) je v svojem mnenju o aplikaciji zapisal:

»This app is way more than a graphing calculator. Capabilities like solving differential equations, preforming matrix factorizations and many more place it in a league of its own for hand held computation. The interface is simple and the extensive catalog (now with examples!) makes it easy to quickly learn how to execute any operation. As an undergraduate math and physics student, this app has completely replaced my TI and drastically reduced the time I spend on MATLAB and Mathematica. I would recommend MathStudio to anyone!«

S tem mnenjem se popolnoma strinjam, saj se da z MathStudiem res narediti veliko in glede na to, da ga imamo zmeraj s seboj na mobilnem telefonu, ga lahko kadarkoli uporabimo. Edino, kar je pri verziji za Android je to, da primerov v katalogu še ni, bili pa bi zelo dobrodošli.

Če se navežem še na mnenje, ki ga je zapisal Kenneth R. Foster (2012),je MathStudio na voljo za res praktično vse operacijske sisteme in lahko brez problema neko zadevo naredimo na Androidu, nato pa jo prenesemo na iOS in zadeva bo še zmeraj delovala. To se mi zdi zelo uporabno, glede na to, da ima v današnji dobi tehnologije veliko ljudi tako Android telefon kot iPhone in lahko brez težav prenaša datoteke med obema. Kar je sedaj po vseh teh letih od prispevka drugače, je to, da MathStudio v novejši verziji ne obstaja več za Windows operacijski sistem. Obstaja pa na internetni strani in ga lahko uporabljamo praktično popolnoma enako, kot na mobilnem telefonu, le da je v malo okrnjeni različici. Je pa brezplačen in dostopen kar prek brskalnika.

Kar druge uporabnike (neznani uporabniki, 2014/2015) moti je to, da že dolgo ni bilo nove posodobitve aplikacije in tako napake še niso bile odpravljene, kot tudi, da se tipkovnica povsod ne odpre in se ne da nastavljati velikosti vmesnika, ki se na velikih mobilnih telefonih in tablicah prikaže v majhni velikosti.Se strinjam, da bi lahko take napake odpravili in tako na prijazen način poskrbeli tudi za uporabnike Androida.

Na internetu je tudi nekaj zelo negativnih komentarjev, ki pa jih po moje ima praktično vsak program/aplikacija. Problem je tudi, da se lahko zgodi, da aplikacija ni čisto kompatibilna z vsemi različicami operacijskega sistema Android in posledično ne deluje dobro na vseh mobilnih telefonih. Mislim pa, da ima te težave veliko aplikacij.

**Zaključek**

Splošni vtis o tej aplikaciji je sicer zelo pozitiven, vendar ima aplikacija, tako kot večina ostalih, tudi nekaj pomanjkljivosti. Kot na primer, da se tipkovnica, ki je sicer zelo dobro odzivna, ne prikaže, če obrneš tablico v ležeči položaj ali da tipkovnica ne dela, ko brskaš po katalogu. Vendar to niti ni toliko moteče, saj z listanjem po katalogu vseeno zelo hitro najdeš določeno funkcijo. Dobra lastnost aplikacije je tudi, da se, ko aplikacijo prvič odpreš, ponudi kratek vodič, ki uporabnika nauči kako uporabljati osnovne ukaze in osnovne funkcije.

Ena izmed pomembnih pomanjkljivosti je ta, da ni opisov vseh ukazov, ki so v katalogu. Opisi so seveda dostopni na internetu, za kar pa je pogoj internetna povezava.

Tudi pri reševanju neenačb ima aplikacija omejene zmožnosti. Ne moremo se popolnoma zanesti nanjo, saj nam ponudi le del rešitve. No seveda v nekaterih primerih pa nam izpiše celotno rešitev.

Aplikacija ima seveda tudi veliko pozitivnih stvari. Zelo lahko se jo naučimo uporabljati, saj ima zelo preprost uporabniški vmesnik. Vgrajenih ima veliko ukazov in enkrat, ko se jih naučimo, lahko z njo naredimo, kar si zaželimo. Vmesnik za grafe je zelo dober, saj nam grafe funkcij zelo natančno izriše in označi določene točke. Z njo lahko naredimo tudi vse druge možne grafe in pri tem nastavljamo želene barve, tako da če kdaj pri kakšni predstavitvi rabimo graf, ga brez težav narišemo v MathStudiu ter nato dodamo k svoji predstavitvi.

MathStudio je primeren za srednjo šolo in še posebej za fakultete ter za vse, ki imajo radi dober matematični program zmeraj pri roki.

**Viri**

1. Kenneth R. Foster (2012), <http://spectrum.ieee.org/computing/software/review-mathstudio>, (ogled 23. 2. 2015).
2. Mac-Lover, <http://mathstud.io/apps/> (ogled 24. 2. 2015).
3. Professor Dave, <http://mathstud.io/apps/> (ogled 24.2.2015).
4. neznani uporabniki (2014, 2015), <http://www.appbrain.com/app/mathstudio/com.PomegranateSoftware.MathStudio> (ogled 24. 2. 2015).